JORGE SOTOMAYOR
(1942-2022)

Por Débora Lopes e Ronaldo Garcia

Introdução

Faleceu no dia 7 de janeiro de 2022, no Rio de Janeiro, o matemático Jorge Manuel Sotomayor Telo (Soto). Sotomayor é filho de Alfonso Sotomayor Ibarra, contador, e Clara Rosa Tello de Sotomayor, dona de casa. Nasceu no Peru em 25/03/1942. Foi casado com Marilda Antonia de Oliveira Sotomayor. Pai de Leonardo e Mariana. É irmão de Vilma, Luis, Carlos e Alfonso.

Figura 1: Foto de família: Vilma, Jorge, Clara Rosa (Carlos nos braços) e Luis.

Figura 2: Foto de família. Da esquerda para a direita: Carlos, Jorge, Hector (cunhado), Clara Rosa (mãe), Vilma, Alfonso (pai), Luis e Alfonso. Matrimônio de Vilma.

Figura 3: Sotomayor, Marilda, Leonardo e Mariana

Figura 4: Esquerda (frente): Marilda e Sotomayor. Direita(frente):Débora e Mariana.

Foi aluno de Maurício M. Peixoto (1921–2019) e juntamente com Ivan Kupka (1937 - -) foram os dois primeiros doutores pelo Impa. Sua tese de doutorado *Estabilidade Estrutural de Primeira Ordem e Variedades de Banach* foi defendida em 1964 aos 22 anos de idade. Na sua tese ele apresentou uma reinterpretação geométrica e estendeu resultados relacionados a bifurcações e estabilidade de primeira ordem em superfícies, que foram introduzidos por A. A. Andronov e E. A. Leontovich. Foi um dos pioneiros da teoria da bifurcação de campos de vetores.

Recebeu homenagens da Universidade Nacional de San Marcos, Facultad de Ciencias – Universidad Nacional de Ingenieria – Peru, da Ordem Nacional do Mérito Científico em grau de Grã-cruz e foi membro titular da Academia Brasileira de Ciências (ABC). Também foi *Fellow* da Fundação Guggenheim (premiado em 1983).

Sotomayor foi secretário-geral da SBM na diretoria de (1971–1973) tendo como presidente o Prof. Manfredo Perdigão do Carmo e tesoureiro o Prof. Gilberto Francisco Loibel.

Em 1959 ingressou na Universidade de San Marcos (Lima) onde concluiu o Bacharelado em Matemática em 1962. Neste Centro foi influenciado pelos professores José Tola, Gerardo Ramos e José Ampuero. Por recomendação do primeiro, e com o apoio do matemático brasileiro Maurício Peixoto, foi admitido como bolsista do Impa (Rio de Janeiro), onde se doutorou em 1964, [15, 16]. Veja também wikipedia. Entre 1965 e 1969 lecionou matemática no Peru e nos Estados Unidos.

No Brasil, foi professor pesquisador titular do Impa no período de 1969 a 1992. Posteriormente, passou a integrar a equipe de docentes do Departamento de Matemática Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo como professor titular até a sua aposentadoria em 2012, e continuou vinculado ao IME/USP como professor colaborador sênior até a sua morte.

Foi professor visitante na Unifei, Itajubá, MG, dentro do Programa Professor Visitante Nacional Sênior, período de agosto de 2012 a julho de 2014. Foi Pesquisador Sênior do CNPq (março de 2017 a janeiro de 2022) e anteriormente foi pesquisador 1A. Orientou 12 dissertações de mestrado e 22 teses de doutorado, supervisionou pós-doutorado e orientou na Iniciação Científica. Publicou mais de cem artigos científicos em várias áreas, escreveu livros, ensaios, contos etc. Destacamos o conto autobiográfico "A Caderneta de Geometria", [6].

Jorge Sotomayor foi pioneiro no desenvolvimento da teoria das bifurcações das equações diferenciais ordinárias no plano.

1. Dois livros clássicos de EDOs

Uma geração de matemáticos aprendeu EDOs no seu livro inspirador *Lições de Equações Diferenciais Ordinária*s, Projeto Euclides, Impa, (1979).

O seu livro *Curvas Definidas por Equações Diferenciais no Plano*, 13° Colóquio Brasileiro de Matemática, Impa (1981), foi traduzido para o chinês.

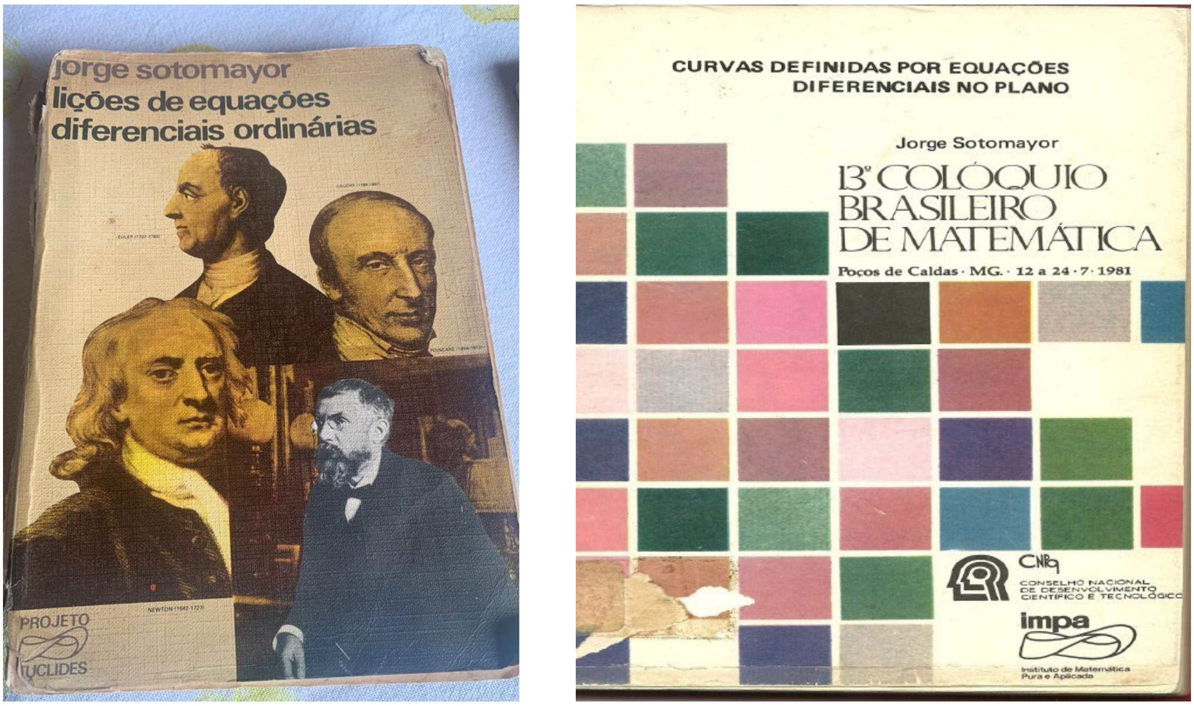


Figura 5: *Lições* (1979) e *Curvas* (1981)

2. Tese de J. Sotomayor

O seguinte texto é uma tradução do *review* escrito por M. Peixoto –MR0253379 (40 #6594)– e descreve sucintamente o conteúdo da tese de J. Sotomayor. Para mais informações sobre sua chegada e formação no Impa veja [8, 13, 14, 15, 16].

Seja Ω o espaço Banach de todos os campos C^r-vetores, $r \geqslant 3$, de uma variedade compacta bidimensional diferençável, e $\Sigma \subset \Omega$ o conjunto de todos os campos vetoriais estruturalmente estáveis. Considere agora $\Omega_1 = \Omega \setminus \Sigma$ e dizemos que $X \in \Omega_1$ é estruturalmente estável de primeira ordem se houver uma vizinhança B_1 de X em Ω_1 tal que sempre que Y em Ω_1, então X e Y são topologicamente equivalentes. Denote por Σ_1 o conjunto de todos os campos vetoriais estruturalmente estáveis de primeira ordem. Neste artigo, o autor

(i) dá uma condição necessária e suficiente para que $X \in \Sigma_1$ e

(ii) mostra que Σ_1 é uma subvariedade de Banach de Ω da classe C^1 e codimensão 1.

Para obter (i) começa-se por observar o fato conhecido de que $X \in \Sigma$ é caracterizado pelo fato de que quando $X \in \Sigma$, então X

(1) tem todos os seus pontos singulares hiperbólicos (ou seja, os valores próprios têm parte real diferente de zero),

(2) tem todas as suas órbitas fechadas hiperbólicas,

(3) não tem conexões de pontos de sela e

(4) é tal que os conjuntos α e ω *limites* de cada trajetória são pontos singulares e órbitas fechadas.

Depois (i) é obtido, *grosso modo*, enfraquecendo sucessivamente e da maneira menos possível as condições (1), (2) e (3). A variedade Σ_1 é construída por peças, cada uma correspondendo a uma das novas condições enfraquecidas. E cada peça é obtida através da construção de uma vizinhança B em Ω de X em Σ_1 e uma função com valor real $f : B_1 \to \mathbb{R}$ tal que $f(X) = 0$ e $df(X) \neq 0$.

3. Linhas de curvatura: teoria qualitativa

Com Carlos Gutierrez, introduziu o conceito de estabilidade estrutural de uma *configuração principal* das linhas de curvatura em superfícies e inaugurou a teoria qualitativa das equações diferenciais da geometria diferencial. Veja [3, 4, 5]. As ideias que

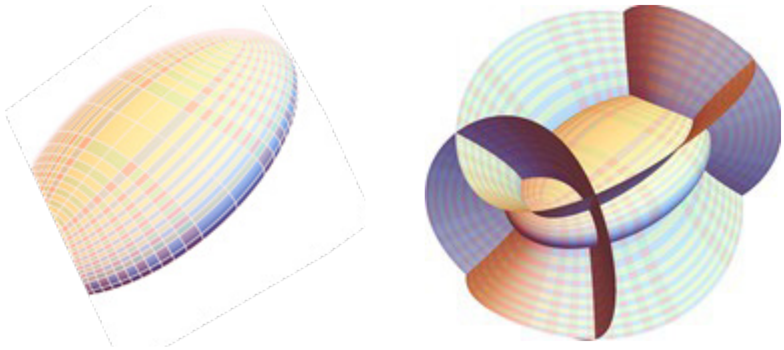


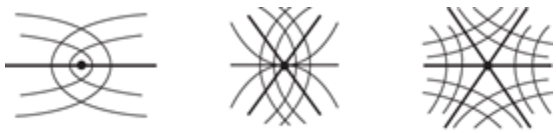
Figura 6: Linhas de curvatura do elipsoide de Monge e sistema triplamente ortogonal de quádricas (Dupin). Figuras produzidas por Douglas Hilário.

conduziram ao seu trabalho neste tema remontam às obras clássicas de G. Monge, C. Dupin e G. Darboux e são discutidas no seu ensaio "Elipsóide de Monge" [7, 9, 18].

Essa linha de investigação foi elaborada e expandida em várias direções por Sotomayor e os seus colaboradores para incluir uma grande classe das equações diferenciais da geometria clássica (por exemplo, as linhas assintóticas, as linhas de curvatura axial, as linhas de curvatura média) e outras classes de variedades (por exemplo, superfícies algébricas em espaços euclidianos de 3 e 4 dimensões). No seu artigo [18] ele faz um relato pessoal da sua jornada nas *"linhas de curvatura"*. Veja também [5], [10, 11, 12].

Denote por $\mathcal{S}^{r,s}$ o conjunto das superfícies compactas, orientadas, de classe C^r, imersas em $\mathbb{R}^3$, munido da topologia C^s de Whitney.

Seja $\Sigma(a, b, c, d)$ o conjunto das superfícies suaves e compactas $S \in \mathcal{S}^{r,s}$, $r \geqslant$, que verifiquem as seguintes condições.



D_1 D_2 D_3

a. Todos os pontos umbílicos são darbouxianos.

b. Todos os ciclos principais são hiperbólicos. Isso significa que as correspondentes aplicicações de primeiro de retorno são hiperbólicas, ou seja, sua derivada é diferente de 1. Foi demonstrado em [3] que a hiperbolicidade de um ciclo principal γ é equivalente à exigência de que

$$\int_\gamma \frac{d\mathcal{H}}{\sqrt{\mathcal{H}^2 - \mathcal{K}}} \neq 0$$

c. onde $\mathcal{H} = (k_1 + k_2)/2$ é a curvatura média e $\mathcal{K} = k_1 k_2$ é curvatura gaussiana.

c. O conjunto limite de cada linha principal está contido no conjunto de pontos umbílicos e ciclos principais de S. O conjunto limite α −(resp. ω) de uma linha principal orientada γ, definida em seu intervalo máximo $I = (w-, w+)$, onde γ é parametrizada pelo comprimento do arco s, é a coleção $\alpha(\gamma)-$ (resp. $\omega(\gamma)$) de sequências de pontos limite do conjunto $\gamma(s_n)$ convergente em S, com s_n tendendo para o extremo esquerdo (resp. direito) de I. O conjunto limite de γ é o conjunto $\Omega = \alpha(\gamma) \cup \omega(\gamma)$. Exemplos de superfícies com linhas principais recorrentes não triviais, em que a condição c) é violada são discutidos em [4, 5] para superfícies elipsoidais e toroidais. Não há exemplos dessas situações na literatura de geometria clássica.

d. Todas as separatrizes umbílicas são separatrizes de um único ponto umbílico. As separatrizes que violam d) são chamadas de conexões umbílicas.

A *configuração principal* é a tripla definida pelas curvas integrais das direções principais (as duas folheações principais que são mutuamente ortogonais) e os pontos umbílicos.

As definições de *equivalência topológica* e *estabilidade estrutural* de uma configuração principal são generalizações naturais dos conceitos equivalentes para campos de vetores, aqui levando em consideração as duas famílias.

Teorema 1 (Estabilidade estrutural das configurações principais, [3, 4, 5]). *O conjunto das superfícies* $\Sigma(a, b, c, d)$ *é aberto em* $\mathcal{S}^{r,3}$ *e cada um de seus elementos é* C^3*-principalmente estruturalmente estável.*

Teorema 2 (Densidade das Superfícies Principalmente Estruturalmente Estáveis, [3, 4, 5]). O conjunto $\Sigma(a, b, c, d)$ é denso em $\mathcal{S}^{r,2}$.

4. Comunicação de J. Sotomayor no ICM 2018

Em sessão sessão do ICM 2018, Sotomayor descreveu sua visão sobre o desenvolvimento de EDOs no Brasil. Veja [8, 14, 17, 19].

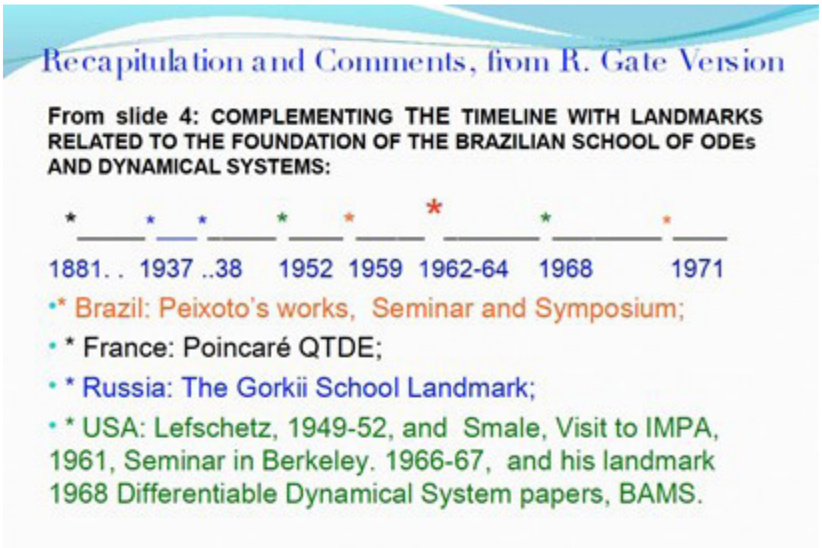


Figura 8: R. Garcia, D. Lopes e J. Sotomayor (ICM 2018, Riocentro)

5. Palavras sobre J. Sotomayor

Em comemoração aos 60 anos de J. Sotomayor, M. M. Peixoto escreveu:

> *"It is a pleasure to say a few words in this occasion, commemorating the 60th birthday of Sotomayor. He was my student and got his PhD at Impa in 1964. At the same time two other Impa students of mine, Ivan Kupka and Aristides Barreto, also got their doctorates. These were the first doctorates awarded by Impa. The theses of Sotomayor and Kupka got quick international recognition and were initial steps in the direction of establishing Impa as a mathematical research institution, strong in Dynamical Systems. Both Sotomayor and Kupka came to Impa from Peru, Sotomayor through the shortest geodesic and Kupka through an arc with origin in Strasbourg (France). In the wake of Sotomayor, a number of Peruvians got their doctorates at Impa. Among them, Carlos Gutierrez and Cesar Camacho became distinguished mathematicians and professors at Impa. Currently Camacho is the Director of Impa.*
>
> *Sotomayor is certainly one of the pioneers of the modern theory of bifurcation, put in the context of the theory of Dynamical Systems.*
>
> *This point of view was introduced in his thesis when he considered a 2- dimensional manifold M and on the space of flows on M, $\Omega(M)$, he considered an arc γ and studied the intersection $\gamma \cap \Sigma$ when $\Sigma \subset \Omega(M)$ is the set of structurally stable flows on M.*
>
> *In 1982 Sotomayor, together with C. Gutierrez put the concept of structurally stability in the study of the foliation determined by the lines of principal curvature of an ordinary surface in $\mathbb{R}^3$.*
>
> *This point of view enriched later by the collaboration of R. Garcia and others amounted to a new vision of the classical work of Monge, Dupin, Darboux, Caratheodory.*
>
> *Let Soto continue to produce for many years to come his beautiful, relevant and down to earth mathmatics."*

Citamos também o prefácio de R. Garcia no volume 4 publicado na revista *Qualitative Theory of Dynamical Systems* em homenagem ao 60th aniversário de J. Sotomayor. Pode ser acessado em Página Soto.

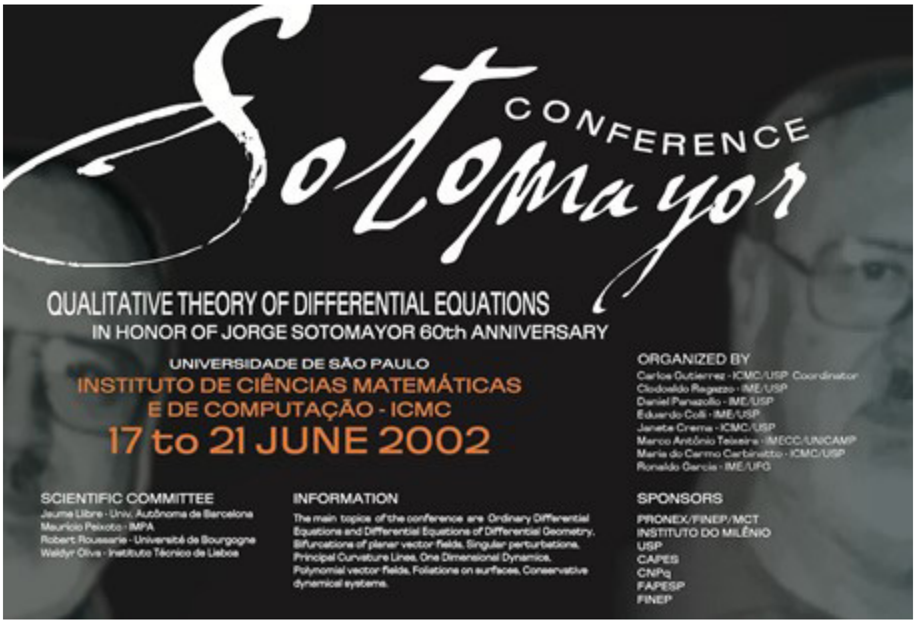


Figura 9: Cartaz não oficial (arte de Leonardo Pelá)

6. Congresso de EDOs no Brasil

Jorge Sotomayor foi um dos idealizadores da Oficina de Sistemas Dinâmicos no Brasil (OSD), juntamente com Carlos Gutierrez, Marco A. Teixeira e Jaume Llibre. A OSD é um evento realizado pela comunidade de Equações Diferenciais Ordinárias e Sistemas Dinâmicos, e tem acontecido anualmente desde a sua primeira edição na Unicamp, em 2009.

As oficinas de sistemas dinâmicos contemplam a colaboração Brasil-Espanha em Teoria Qualitativa das EDOs, uma rica parceria entre os dois países ilustrada nas imagens que seguem.

Figura 10: R. Garcia, M. Peixoto, J. Sotomayor, M. Teixeira, C. Gutierrez em Congresso de EDOs na Unicamp (2000) .

Figura 11: I Oficina de Sistemas Dinâmicos - Unicamp, 2009.

Figura 12: VII Oficina de Sistemas Dinâmicos - Unifei, Itajubá, MG, 2015.

Figura 13: VIII Oficina de Sistemas Dinâmicos -Pirenópolis, GO, 2016.

Conclusão

Nessa nota focamos em algumas das contribuições do Prof. Jorge Sotomayor, enfatizando suas duas grandes linhas de pesquisa (bifurcações de EDOs [1, 2] e teoria qualitativa das linhas de curvatura [3, 4, 5], [7, 9, 18]).

Limitamos a citar as publicações mais vinculadas aos seus trabalhos pioneiros e os em que ele coloca em perspectiva sua trajetória acadêmica de 60 anos (1961- 2002).

Sotomayor deixou um legado para a matemática e sua obra com certeza ficará registrada na história. Além da matemática propriamente, gostava de música (especialmente valsas peruanas), filosofia, artes, literatura etc.

É autor de mais de cem artigos indexados, de 10 livros, dos quais destacamos *Lições de Equações Diferenciais Ordinárias*. O livro está esgotado, mas será reeditado. Orientou 35 alunos e possuiu 22 coautores.

A repercussão da sua morte foi veiculada nos sítios Impa, SBM, SBMAC, Matemáticas y sus fronteras.

Recomendamos e convidados aos leitores a completarem informações no sítio da wikipedia (Sotomayor).

Referências

[1] Sotomayor, J. (1966). *Structural stability of first order and Banach varieties*. Univ. Nac. Ingen. Inst. Mat. Puras Apl. Notas Mat. 4 11–52. MR0253379 (40 #6594) M. Peixoto.

[2] Sotomayor, J. (1974). *Generic one-parameter families of vector fields on two-dimensional manifolds*. Inst. Hautes E´tudes Sci. Publ. Math. No. 43, 5–46. Numdam

[3] Sotomayor, J.; Gutierrez, C. (1982). *Structurally stable configurations of lines of principal curvature. Bifurcation, ergodic theory and applications* (Dijon, 1981), 195–215, Astérisque, 98-99, Soc. Math. France, Paris.

[4] Gutiérrez, C.; Sotomayor, J. (1983). *An approximation theorem for immersions with stable configurations of lines of principal curvature. Geometric dynamics* (Rio de Janeiro, 1981), 332–368, Lecture Notes in Math., 1007, Springer, Berlin.

[5] Gutiérrez, C.; Sotomayor, J. (1991). "Lines of Curvature and Umbilic Points on Surfaces", 18th Brazilian Math. Colloquium, Rio de Janeiro, Impa, Reprinted as Structurally Configurations of Lines of Curvature and Umbilic Points on Surfaces, Lima, Monografias del IMCA, (1998).

[6] Sotomayor, J. (1992). "A caderneta de geometria", *Revista do Professor de Matemática* da SBM, 21:1–5. Republicado na *Revista da Olimpíada de Matemática* do Estado de Goiás (2002), 03:101-104. Omeg

[7] Sotomayor, J. (1993). "O elipsoide de Monge". *Revista Matemática Universitária*. 15: 33–47. RMU

[8] Sotomayor, J. (2010). "Uma lista de problemas de EDO". *Revista de Matemática e Estatística*. 18: 223–245.

[9] Sotomayor, J. (2007). "El elipsoide de Monge y las líneas de curvatura". Materials Matematics. 01:1–25. Mat²

[10] Sotomayor, J.; Garcia, R. (2008). "Lines of curvature on surfaces, historical comments and recent developments", *São Paulo Journal of Mathematical Sciences*, 2(1):99–143 SPJMS

[11] Garcia, R. and Sotomayor, J. (2009). *Differential Equations of Classical Geometry, a Qualitative Theory*, 27th Coloq. Bras. Mat., Impa, Rio de Janeiro.

[12] Sotomayor, J.; Garcia, R. (2016). Historical Comments on Monge's Ellipsoid and the Confgurations of Lines of Curvature on Surfaces. Antiquitates Mathematicae. 10: 348–354.

[13] Sotomayor, J. (2018). Mathematical encounters. Notices of the International Congress of Chinese Mathematicians ICCM Not. 6, no. 2, 94–98.

[14] Sotomayor, J. (2019). On a list of ordinary differential equations problems. São Paulo J. Math. Sci. 13 (2019), no. 1, 177–194. DOI = 10.1007/s40863-018-0110-3 Arxiv

[15] Sotomayor, J. (2020a). "Reminiscences of a Mathematical Sojourn at San Marcos, 1959 - 61, and at Impa, 1962". *Nexus Mathematicae*. 03: 01–14. doi:10.5216/nm.v3.63724. Nexus

[16] Sotomayor, J. (2020b). "On an encounter of two men of mathematics in Lima". *Revista*

Brasileira de História da Matemática. 20: 01–07. doi:10.47976/RBHM2020v20n4001-07. RBHM
[17] Sotomayor, J. (2020c). *On Maurício M. Peixoto and the arrival of Structural Stability to Rio de Janeiro, 1955*. An. Acad. Bras. Ciências. 92: 01–07. doi:10.1590/0001-3765202020191219. Arxiv
[18] Sotomayor, J. (2021d). "An encounter of classical differential geometry with dynamical systems in the realm of structural stability of principal curvature configurations", *São Paulo Journal of Mathematical Sciences*. doi=10.1007/s40863- 021-00231-6 Arxiv
[19] Sotomayor, J.; Garcia, R.; Mello, L. (2020). "Maurício M. Peixoto (1921-2019)". *Revista Matemática Universitária* da SBM. 1: 01–22. doi:10.21711/26755254/rmu202013. RMU

Débora Lopes
Departamento de Matemática Universidade Federal do Sergipe
Av. Marechal Rondon, s/n Jardim Rosa Elze CEP 49100-000, São Cristovão, SE, Brazil
E-mail: debora@mat.ufs.br

Ronaldo Garcia
Instituto de Matemática e Estatística Universidade Federal de Goiás,
CEP 74690–900, Goiania, Goiás, Brazil
E-mail: ragarcia@ufg.br