SISTEMAS CUADRATICOS CORDALES

A. Gasull[1], Sheng Li-Ren[2] y J. Llibre[1]

(1) Secció de Matemàtiques, Facultat de Ciències, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra, Barcelona.
(2) Departamento de Matemáticas, Universidad de Anhui, Hefei, Anhui, República Popular de China.

Consideremos un sistema cuadrático, SC, es decir

$$\dot{x} = P(x,y) \quad , \quad \dot{y} = Q(x,y) \qquad (1)$$

en donde P y Q son polinomios en dos variables de grado menor o igual que dos. Si el sistema (1) no tiene ningún punto crítico diremos que es un sistema cuadrático cordal, SCC, (ver [1] ,[2]). En esta comunicación se expondrán los resultados de [3] en que se clasifican todos los posibles retratos de fase (sobre la esfera de Poincaré, ver [4]) de estos sistemas módulo homeomorfismos y cambios de orientación.

Nuestro principal resultado es el siguiente :

TEOREMA 1. *El retrato de fase de un SCC es homeomorfo (excepto quizás la orientación) a una de las configuraciones de separatrices de la Figura 1 (más concretamente, de las Figuras 1.1 a 1.21 para los SC propios, las Figuras 1.22 y 1.23 para los sistemas lineales propios, y la Figura 1.8 para los sistemas constantes). Además, todas estas configuraciones son realizables por SCC.*

Un primer paso para la demostración de este resultado será encontrar una clasificación de los SCC en la cual sea fácil estudiar las singularidades finitas. En este sentido tenemos :

LEMA 2. *Un SC es afinmente equivalente, escalando la variable t si es necesario, a uno de los siguientes tipos :*