Presentado en el IX CEDYA (Valladolid 1986)

CONTROL SOBRE EL NUMERO DE CICLOS LIMITE DE UNA ECUACION DIFERENCIAL MEDIANTE EL ESTUDIO DE LAS BIFURCACIONES EN SU UNICO PUNTO CRITICO

Armengol Gasull

Departament de Matemàtiques, Facultat de Ciències, Universitat Autónoma de Barcelona, Bellaterra 08193, Barcelona.

ABSTRACT. *The plane differential equation $\dot{v}=Av+f(v)Bv$ has been already studied by several authors : Koditschek y Narendra ; Chicone; Gasull, Llibre y Sotomayor. Under some hypotheses on A, B and f this equation has either two, or one or none limit cycle. By studying the limit cycle bifurcations in a neighboorhood of its unique critical point, v=0, we give an explanation of the reason for which the differential equation studied has sometimes two limit cycles and sometimes no limit cycles. We also show that in an adequate complex coordinate system the number of limit cycles is always three.*

CLASSIFICATION AMS (1980) : 34C05.

1. INTRODUCCION. En varios trabajos anteriores (ver [KN1], [KN2], [Chi], [GLL], [GLLS1], [GLLS2]) se ha estudiado el número de ciclos límite del sistema de ecuaciones diferenciales

$$\dot{v} = Av + f(v)Bv \ , \qquad (1)$$

en el cual $v=(x,y)\in \mathbb{R}^2$, A y B son matrices 2x2 y f es una función suficientemente regular cumpliendo $f(r\cos\theta, r\sin\theta)=r^D\bar{f}(\theta)$ (por abuso de notación diremos que f es homogénea de grado D). Se imponían en todos ellos unas condiciones adicionales sobre A, B y f que permitían asegurar que el infinito tiene un entorno negativamente invariante. Estas condiciones son :

H_1 : $(JB)_s$ y $(B^tJA)_s$ son definidas y tienen el mismo signo. Aquí $J=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ y $C_s=(C+C^t)/2$.

H_2 : Existe un v_0 tal que $Tr(B)\bar{f}(v_0)<0$.

En este trabajo nos preocuparemos solamente del caso en que el origen (que bajo las hipótesis H_1 y H_2 es la única singularidad de (1)) es un foco o un centro lineal y f toma valores positivos y negativos.

Los resultados esenciales sobre ciclos límite obtenidos en los trabajos anteriormente citados pueden resumirse de la siguiente forma:

R_1: Si el origen de (1) es un foco repulsor entonces (1) tiene exactamente un ciclo límite que es hiperbólico y estable.

R_2: Si el origen de (1) es un centro lineal entonces (1) tiene exactamente un ciclo límite que es hiperbólico y estable o no tiene ciclos